

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

СОГЛАСОВАНА

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель образовательной программы
факультета

Декан физико-математического

_____/проф. И.А.Танкиев
«27» апреля 2026г.

_____/М.Х.Мальсагов от
от «28» апреля 2026г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.01.02 ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Направление подготовки

01.03.01 –МАТЕМАТИКА

Квалификация выпускника

БАКАЛАВР

Форма обучения

Очная

Магас 2026

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) «**Интегральные уравнения**» являются:

- формирование у обучающихся системы знаний о теории интегральных уравнений и методах их решения;
- развитие навыков применения интегральных уравнений к задачам математической физики и механики;
- подготовка будущего учителя математики к использованию методов теории интегральных уравнений в научной и профессиональной деятельности;
- формирование компетенций, необходимых для решения прикладных задач с использованием интегральных уравнений.

Задачи изучения дисциплины:

- изучить классификацию интегральных уравнений и методы их решения;
- сформировать навыки решения уравнений Фредгольма и Вольтерра;
- развить умения применять метод последовательных приближений и метод Фредгольма;
- подготовить к использованию полученных знаний в педагогической деятельности.

Для дисциплин, формирующих профессиональные компетенции:

Формируемые дисциплиной знания и умения готовят выпускника данной образовательной программы к выполнению следующих обобщенных трудовых функций (трудовых функций) в соответствии с Профессиональным стандартом «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)» (приказ Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. № 544н, код профессионального стандарта – 01.001):

Код	Наименование обобщенной трудовой функции / трудовой функции
А/01.6	Общепедагогическая функция. Обучение
А/03.6	Развивающая деятельность
В/03.6	Педагогическая деятельность по реализации программ основного и среднего общего образования

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина **Б1.В.02 «Интегральные уравнения»** относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1 «Дисциплины (модули)» ОПОП.

Логическая и содержательно-методическая взаимосвязь с другими элементами ОПОП:

Дисциплина опирается на знания, умения и навыки, полученные студентами при изучении следующих предшествующих дисциплин:

- «Математический анализ»;
- «Дифференциальные уравнения»;
- «Линейная алгебра»;
- «Функциональный анализ».

Требования к «входным» знаниям, умениям и готовностям обучающегося:

Обучающийся должен:

- **Знать:** основы интегрального исчисления; методы решения дифференциальных уравнений.
- **Уметь:** вычислять интегралы; решать линейные дифференциальные уравнения.
- **Владеть:** навыками аналитических преобразований.

Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

- «Уравнения математической физики»;
- «Численные методы»;
- «Подготовка к итоговой государственной аттестации».

3. Результаты освоения дисциплины (модуля)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции (закрепленный за дисциплиной)	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 – Анализирует интегральные уравнения, выделяя их тип.	Знать: классификацию интегральных уравнений и методы их решения.
		УК-1.4 – Синтезирует различные методы решения для выбора оптимального.	Уметь: применять методы решения интегральных уравнений.
		УК-1.5 – Критически оценивает полученные решения.	Владеть: навыками проверки решений.
ПК-1	Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных	ПК-1.1 – Демонстрирует знание теории интегральных уравнений.	Знать: теоретические основы методов решения.

	задач		
		ПК-1.2 – Применяет методы для решения профессиональных задач.	Уметь: решать интегральные уравнения и применять их к задачам.

4. Структура и содержание дисциплины (модуля)

4.1. Структура дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов.

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Семестр	Всего	Лекции	Практика	СРС	Формы контроля
1	Раздел 1. Введение в теорию интегральных уравнений	7	16	4	6	6	Собеседование
	Тема 1.1. Основные понятия и классификация.	7	8	2	3	3	
	Тема 1.2. Ядра интегральных уравнений.	7	8	2	3	3	
2	Раздел 2. Уравнения Вольтерра	7	20	6	8	6	Проверка контрольных работ
	Тема 2.1. Уравнения Вольтерра II рода.	7	10	3	4	3	
	Тема 2.2. Уравнения Вольтерра I рода.	7	10	3	4	3	
3	Раздел 3. Уравнения Фредгольма	7	28	8	10	10	Проверка контрольных работ
	Тема 3.1. Уравнения Фредгольма II рода.	7	10	3	4	3	

	Тема 3.2. Метод последовательных приближений.	7	8	2	3	3	
	Тема 3.3. Метод Фредгольма.	7	10	3	3	4	
4	Раздел 4. Особые случаи и приложения	7	24	6	8	10	Проверка реферата
	Тема 4.1. Сингулярные интегральные уравнения.	7	12	3	4	5	
	Тема 4.2. Применение интегральных уравнений в математической физике.	7	12	3	4	5	
	Подготовка к зачету с оценкой	7	—	—	—	4	—
	Зачет с оценкой	7	—	—	—	—	—
ИТОГО			108	24	32	52	

4.2. Содержание дисциплины (модуля)

Раздел 1. Введение в теорию интегральных уравнений

Тема 1.1. Основные понятия и классификация.

Определение интегрального уравнения. Линейные и нелинейные уравнения. Уравнения Вольтерра и Фредгольма. Уравнения I и II рода.

Тема 1.2. Ядра интегральных уравнений.

Вырожденные ядра. Симметричные ядра. Положительно определенные ядра.

Раздел 2. Уравнения Вольтерра

Тема 2.1. Уравнения Вольтерра II рода.

Метод последовательных приближений. Решение уравнений с вырожденным ядром.

Тема 2.2. Уравнения Вольтерра I рода.

Сведение к дифференциальным уравнениям. Метод регуляризации.

Раздел 3. Уравнения Фредгольма

Тема 3.1. Уравнения Фредгольма II рода.

Метод последовательных приближений. Резольвента.

Тема 3.2. Метод последовательных приближений.

Сходимость метода. Условия сходимости.

Тема 3.3. Метод Фредгольма.

Определитель Фредгольма. Формула Фредгольма.

Раздел 4. Особые случаи и приложения

Тема 4.1. Сингулярные интегральные уравнения.

Уравнения с ядрами Коши. Метод решения.

Тема 4.2. Применение интегральных уравнений в математической физике.

Краевые задачи. Интегральные уравнения в теории потенциала.

5. Образовательные технологии

№ п/п	Образовательная технология	Описание применения	Темы (разделы)
1	Проблемное обучение	Решение сложных интегральных уравнений	Все разделы
2	Работа в малых группах	Групповое решение задач	Разделы 2, 3
3	Информационно-коммуникационные технологии	Использование математических пакетов	Раздел 4

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1	Тема 1.1. Классификация	Изучение материала	Изучить классификацию уравнений	[1], [2]	3
2	Тема 1.2. Ядра	Изучение материала	Изучить типы ядер	[1], [2]	3
3	Тема 2.1. Вольтерра II рода	Решение задач	Решить уравнения Вольтерра	[1], [3]	3
4	Тема 2.2. Вольтерра I рода	Решение задач	Решить уравнения Вольтерра I рода	[1], [3]	3
5	Тема 3.1. Фредгольма II рода	Решение задач	Решить уравнения Фредгольма	[1], [3]	3
6	Тема 3.2.	Решение задач	Применить	[1], [3]	3

	Последовательны е приближения		метод приближений		
7	Тема 3.3. Метод Фредгольма	Решение задач	Найти определитель Фредгольма	[1], [3]	4
8	Тема 4.1. Сингулярные уравнения	Изучение материала	Изучить метод решения	[1], [4]	5
9	Тема 4.2. Приложения	Изучение материала	Изучить приложения к физике	[1], [4]	5
	Подготовка к зачету	Повторение	Подготовка к зачету	Все источники	4

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Изучение теоретического материала. Рекомендуется систематически изучать теоретический материал, обращая внимание на условия разрешимости уравнений.

Решение задач. Самостоятельное решение задач является основным видом внеаудиторной работы.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

Контроль освоения компетенций

№ п/п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Собеседование	Раздел 1	УК-1, ПК-1
2	Проверка контрольных работ	Разделы 2, 3	УК-1, ПК-1
3	Проверка реферата	Раздел 4	УК-1, ПК-1
4	Зачет с оценкой	Все разделы	УК-1, ПК-1

7. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

7.1. Учебная литература

Основная литература:

1. Владимиров, В. С. Уравнения математической физики / В. С. Владимиров. – Москва : Наука, 2024.
2. Краснов, М. Л. Интегральные уравнения / М. Л. Краснов. – Москва : Наука, 2024.
3. Михлин, С. Г. Интегральные уравнения / С. Г. Михлин. – Москва : Гостехиздат, 2024.
4. Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – Москва : Наука, 2024.

7.2. Интернет-ресурсы

1. [Math-Net.Ru](http://math-net.ru) – общероссийский математический портал.
2. eLibrary.ru – научная электронная библиотека.

7.3. Программное обеспечение

№	Наименование ПО	Назначение
1	Windows / Linux	Базовое ПО
2	Microsoft Office / LibreOffice	Оформление документов

7.4. Материально-техническое обеспечение

№	Оборудование	Количество	Назначение
1	Мультимедийная аудитория	1	Проведение лекций
2	Проектор / интерактивная доска	1	Демонстрация материалов
3	Доска для записей	1	Решение задач

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

№ раздела	Название раздела	Формируемые компетенции	Этап формирования
1	Введение	УК-1, ПК-1	Начальный
2	Уравнения Вольтерра	УК-1, ПК-1	Основной
3	Уравнения Фредгольма	УК-1, ПК-1	Основной
4	Приложения	УК-1, ПК-1	Завершающий

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Таблица 2. Сопоставление шкал оценивания

Традиционная шкала	Балльно-рейтинговая шкала	Уровень сформированности компетенции
«отлично»	86–100	высокий
«хорошо»	71–85	средний
«удовлетворительно»	56–70	пороговый
«неудовлетворительно»	0–55	не сформирована

Таблица 3. Оценивание ответа на вопросы по темам для устного ответа

Критерий	Описание	Баллы (макс. 10)

Полнота и глубина ответа	Полное понимание вопроса, развернутый ответ	3
Логичность и аргументированность	Структурированность, обоснованность выводов	2
Умение применять знания	Иллюстрация теории примерами	3
Качество речи и владение материалом	Свободное владение материалом, корректная терминология	2

Таблица оценивания зачета

Критерий	Баллы (макс. 20)
Знание теоретического материала	5
Умение решать интегральные уравнения	5
Обоснование решения	4
Качество устного ответа	3
Дополнительные вопросы	3

Шкала перевода баллов за зачет: 17–20 = «отлично»; 13–16 = «хорошо»; 10–12 = «удовлетворительно»; 0–9 = «неудовлетворительно».

3. Материалы для проведения текущего контроля знаний и промежуточной аттестации

Вопросы для собеседования и коллоквиума:

1. Определение интегрального уравнения. Классификация.
2. Уравнения Вольтерра I и II рода.
3. Уравнения Фредгольма I и II рода.
4. Вырожденные ядра.
5. Метод последовательных приближений.
6. Резольвента интегрального уравнения.
7. Метод Фредгольма. Определитель Фредгольма.
8. Сингулярные интегральные уравнения.
9. Применение интегральных уравнений к задачам физики.

Практические задания:

Задание 1. Решить уравнение Вольтерра методом последовательных приближений.

Задание 2. Решить уравнение Фредгольма с вырожденным ядром.

Задание 3. Найти резольвенту для заданного ядра.

Задание 4. Применить метод Фредгольма для решения уравнения.

Зачет с оценкой

Пример билета:

Билет № 1

1. Классификация интегральных уравнений.
2. Метод последовательных приближений для уравнений Вольтерра.
3. Метод Фредгольма для уравнений Фредгольма II рода.

Практическое задание: Решить уравнение Фредгольма с вырожденным ядром.

Лист изменений рабочей программы

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата)	Внесенные изменения	Подпись зав. кафедрой
----------------	--	------------------------	--------------------------

Рабочая программа дисциплины **Б1.В.02 ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки **01.03.01 Математика** (уровень высшего образования бакалавриат), утвержденного Приказом Министерства образования и науки РФ от 10 января 2018 г. N 8 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика" (с изменениями и дополнениями) (Редакция с изменениями N 1456 от 26.11.2020, С изменениями и дополнениями от: 26 ноября 2020 г., 8 февраля 2021 г.), с учетом профессионального стандарта 01Образование и наука, утвержденного приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от «5» августа 2021 г. № 30550

Протокол № 8 от «27» апреля 2026г

Программа одобрена Учебно-методическим советом физико-математического факультета Протокол № 6 от «28» апреля 2026 г